

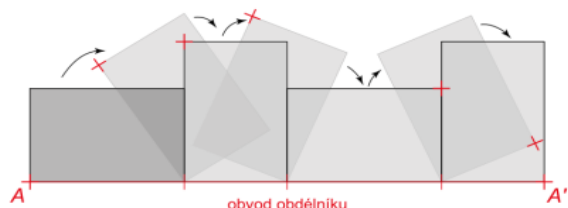
ODVOZENÍ DÉLKY KRUŽNICE, OBVODU KRUHU:

ODKAZ NA VIDEO: <https://www.youtube.com/watch?v=OBW0QF-ZwQM>



U geometrických útvarů jsme určovali jejich obvod a obsah. Zabývejme se touto otázkou i v případě kružnice a kruhu.

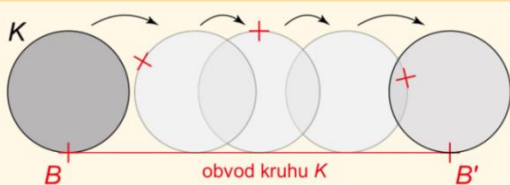
Začněme obvodem kruhu. Připomeňme si, co vyjadřuje **obvod útvaru**.



Obvod obdélníku je součtem délek všech jeho stran. Když obdélník postupně „překulíme“ kolem jednotlivých vrcholů, dostaneme úsečku, jejíž délka se rovná právě obvodu obdélníku. Na obrázku obvod představuje úsečka AA' .

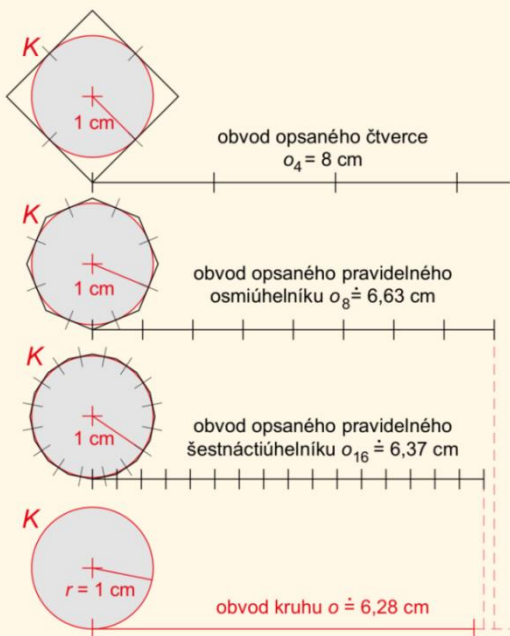
Stejně můžeme postupovat i s dalšími mnohoúhelníky.

Podobně uvažujme i v případě kruhu – když kruh jedenkrát „překulíme“ po přímce, můžeme vyznačit úsečku, jejíž délka se rovná **obvodu kruhu**. Na obrázku se jedná o úsečku BB' .



Vzorec pro výpočet obvodu mnohoúhelníku je zřejmý – sečteme délky všech stran útvaru. V případě kruhu ale tento postup použít nemůžeme. Jak tedy vzorec odvodíme? Podívejme se na další obrázky:

Na obrázku jsou sestrojeny pravidelné mnohoúhelníky opsané kruhu s poloměrem 1 cm. Můžeme si všimnout, že se vzrůstajícím počtem stran se obvod mnohoúhelníků zmenšuje. Při velmi velkém počtu stran bude obvod mnohoúhelníku velice blízký obvodu kruhu.



Tímto postupem se k přesné hodnotě obvodu můžeme přiblížit s libovolnou přesností, stačí zvolit dostatečný počet stran opsaného pravidelného mnohoúhelníku. Přesný obvod tak ale nezjistíme, vždy budeme sčítat délky úseček. Přesný **vzorec** má tvar:

$$o = \pi \cdot d \text{ neboli } o = 2\pi \cdot r$$

Proměnná d představuje průměr kruhu, proměnná r jeho poloměr. Znak π (pi – jde o písmeno řecké abecedy) představuje číslo, kterým máme vynásobit průměr kruhu, aby se výsledek součinu rovnal právě obvodu kruhu.

Číslo π je iracionální číslo (s iracionálními čísly jsme se setkali v učebnici *Výrazy a rovnice I*), jde tedy o číslo, které má nekonečný neperiodický desetinný rozvoj a nelze ho přesně zapsat. Pro potřeby běžných výpočtů používáme číslo π zaokrouhlené na dvě desetinná místa, někdy ovšem potřebujeme výrazně přesnější hodnotu. Číslo π zaokrouhlené na 10 desetinných míst má tvar:

$$\pi \approx 3,141\,592\,653\,6$$

Obvod kruhu s poloměrem r a délka kružnice s tímž poloměrem r vyjadřují jednu a tutéž hodnotu. Proto někdy termíny **obvod kruhu** a **délka kružnice** zaměňujeme.

!!!ZAPAMATUJ SI!!!

Kružnice s poloměrem r má délku

$$o = 2 \cdot \pi \cdot r.$$

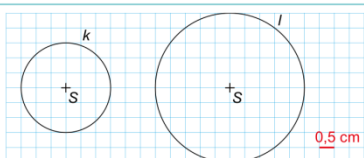
Kruh s poloměrem r má obvod

$$o = 2 \cdot \pi \cdot r.$$

Číslo π je číslo iracionální, obvykle je používáme zaokrouhlené na dvě desetinná místa – $\pi \approx 3,14$

VZOROVÉ PŘÍKLADY:

- 1 Na obrázku jsou kružnice k a l . Aneta počítala délku kružnice k , Radan délku kružnice l . Řešili příklad správně?



Aneta:

$$r = 1,5 \text{ cm}, o = ? \text{ cm}$$

$$o = 2\pi r$$

$$o = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,5$$

$$o = 9,42 \text{ cm}$$

Délka kružnice k je přibližně 9,42 cm.

Radan:

$$d = 5 \text{ cm}, o = ? \text{ cm}$$

$$o = \pi d$$

$$o = 3,14 \cdot 5$$

$$o = 15,7 \text{ cm}$$

Délka kružnice l je přibližně 15,7 cm.

Řešení:

Výpočet mají oba správně. Aneta použila ve výpočtu délku poloměru, Radan počítal s průměrem kružnice.

- 2 Vytvořte správné dvojice. V prvním řádku jsou uvedeny obvody kruhů, ve druhém řádku velikosti poloměru nebo průměru.

6,28 cm 31,4 dm 62,8 cm 628 cm 157 dm 251,2 mm

$r = 1 \text{ dm}$ $r = 5 \text{ dm}$ $r = 1 \text{ cm}$ $d = 5 \text{ m}$ $d = 8 \text{ cm}$ $d = 20 \text{ dm}$

Řešení:

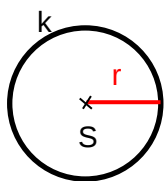
Ze vzorce pro výpočet obvodu kruhu jsme si vyjádřili poloměr nebo průměr: $r = \frac{o}{2\pi}$ nebo $d = \frac{o}{\pi}$. Dosadili jsme obvod a vypočítali poloměr nebo průměr. Výsledky jsme pak převedli na potřebné jednotky.

6,28 cm 31,4 dm 62,8 cm 628 cm 157 dm 251,2 mm
 $r = 1 \text{ dm}$ $r = 5 \text{ dm}$ $r = 1 \text{ cm}$ $d = 5 \text{ m}$ $d = 8 \text{ cm}$ $d = 20 \text{ dm}$

3) Vypočítej délku kružnice, která má: VŽDY SI UDĚLEJ NÁČRT A ZÁPIS !!!

a) poloměr 3 cm.

b) průměr 25 dm



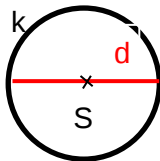
$$r = 3 \text{ cm}$$

$$o = ?$$

$$o = 2\pi \cdot r$$

$$o = 2 \cdot 3,14 \cdot 3$$

$$o = \underline{18,84 \text{ cm}}$$



$$d = 25 \text{ dm}$$

$$o = ?$$

$$o = \pi \cdot d$$

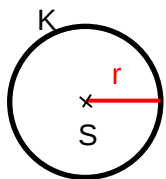
$$o = 3,14 \cdot 25$$

$$o = \underline{78,5 \text{ dm}}$$

4) Vypočítej obvod kruhu, který má: VŽDY SI UDĚLEJ NÁČRT A ZÁPIS !!!

a) poloměr 2 m.

b) průměr 3,5 dm



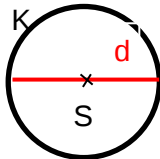
$$r = 2 \text{ m}$$

$$o = ?$$

$$o = 2\pi \cdot r$$

$$o = 2 \cdot 3,14 \cdot 2$$

$$o = \underline{12,56 \text{ m}}$$



$$d = 3,5 \text{ dm}$$

$$o = ?$$

$$o = \pi \cdot d$$

$$o = 3,14 \cdot 3,5$$

$$o = \underline{10,99 \text{ cm}}$$

PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ:

1) Najdi doma nějaké kulaté předměty – např. kulatou krabičku od léků, sýrů, vykrajovátko, plechovku apod. Vyznač si na jejich obvodu tužkou začátek. Změř provázkem, nití nebo krejčovským metrem jejich obvod. Obvod můžeš změřit i tak, že předmět budeš kutálet po podložce a změříš vzdálenost, kterou vyznačený „začátek urazil“.

Potom změř průměr všech předmětů pravítkem a údaje zapiš do tabulky. Každý řádek bude znamenat jeden předmět. V posledním sloupečku vypočítej podíl obvodu a průměru. Dej si pozor na jednotky.

Předmět	Naměřený obvod (o)	Naměřený průměr (d)	$o : d$

Jaká hodnota vám vyšla v posledním sloupci? Pokud jste správně měřili, měl by se podíl $o : d$ rovnat přibližně 3,14. Odpovězte na následující otázky:

a) Jak tomuto číslu říkáme? b) Jak je značíme?

c) Jedná se o číslo racionální, nebo iracionální a proč?

d) Platí nerovnost $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$?

2) Vypočítej délku kružnice s **poloměrem**:

a) $r = 10 \text{ cm}$

b) $r = 2,5 \text{ dm}$

c) $r = 11 \text{ mm}$

d) $r = 3,5 \text{ km}$

3) Vypočítej obvod kruhu, je-li dán jeho **průměr**

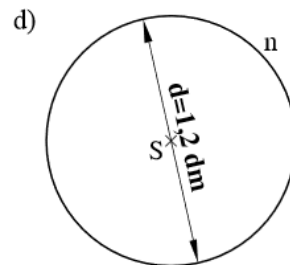
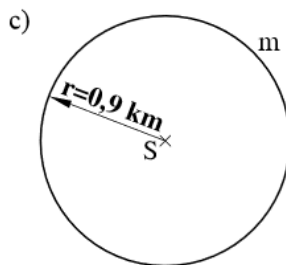
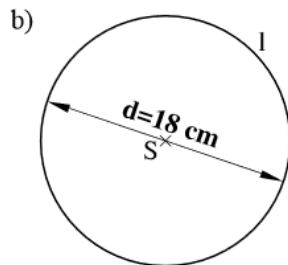
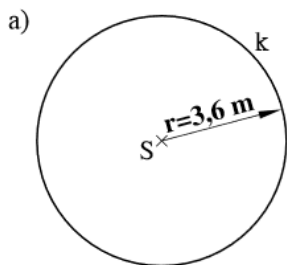
a) $d = 25 \text{ cm}$,

b) $d = 4,1 \text{ m}$,

c) $d = 70 \text{ dm}$

d) $d = 0,4 \text{ cm}$

4) Vypočítej délku kružnice. Potřebné údaje najdeš na obrázku:



5) Podle vzoru vypočítej průměr kruhu, jehož obvod se rovná: (Výsledek zaokrouhli na 2 desetinná místa)

a) $o = 56 \text{ cm}$

b) $o = 7,4 \text{ dm}$

c) $o = 174 \text{ m}$

d) $o = 213,5 \text{ mm}$

$d = ?$

VZOR:

$$o = \pi \cdot d$$

$$56 = 3,14 \cdot d$$

$$d = 56 : 3,14$$

$$d = \doteq 17,83 \text{ cm}$$

ŘEŠENÍ:

1) a) π , b) π , c) iracionální, má nekonečný neperiodický desetinný rozvoj a nelze ho přesně zapsat, d) ano

2) a) 62,8 cm, b) 15,7 dm, c) 69,08 mm, d) 21,98 km

3) a) 78,5 cm, b) 12,874 m, c) 219,8 dm, d) 1,256 cm

4) a) 22,608 m, b) 56,52 cm, c) 5,652 km, d) 3,768 dm

5) B) 2,36 dm, c) 55,41 m, d) 67,99 mm