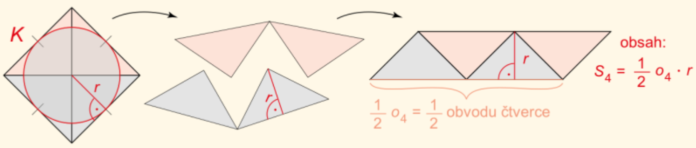
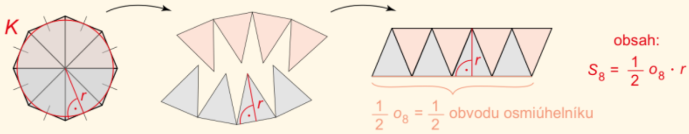
OBSAH KRUHU - ODVOZENÍ

ODKAZ NA VIDEO. https://cs.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-area-and-perimeter/area-circumference-circle/v/area-of-a-circle

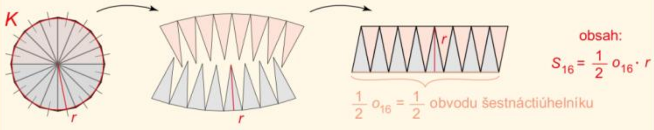
Zopakujme úvahu s opsanými pravidelnými mnohoúhelníky i pro odvození vzorce pro výpočet **obsahu kruhu**.



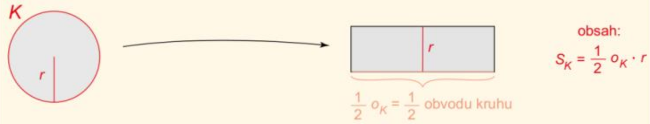
Na prvním obrázku jsme kruhu K opsali čtverec. Když jej úhlopříčkami rozložíme na 4 shodné rovnoramenné trojúhelníky, můžeme je pak přeskládat do rovnoběžníku. Víme, že obsah rovnoběžníku se rovná $S = a \cdot v_a$, kde a je strana a v_a je výška k této straně. Výškou rovnoběžníku je poloměr kruhu a stranou je úsečka, která má délku poloviny obvodu čtverce.



Když opíšeme kruhu pravidelný osmiúhelník, sestavíme z osmi trojúhelníků rovnoběžník, jehož obsah vypočítáme stejně – výšku tvoří poloměr kruhu a stranu polovina obvodu osmiúhelníku.



Stejně můžeme pracovat také se šestnáctiúhelníkem a můžeme tak postupovat i v případě, že kruhu opíšeme pravidelný mnohoúhelník s libovolným počtem stran (jen musí být sudý) – obsah mnohoúhelníku bude vždy roven součinu poloměru kruhu a poloviny obvodu mnohoúhelníku.



Se zvyšujícím se počtem stran opsaného mnohoúhelníku se budeme přibližovat obsahu kruhu. Proto obsah kruhu vyjádříme stejně jako obsah rovnoběžníku (v tomto případě obdélníku), jehož výška se rovná poloměru kruhu a příslušná strana má délku rovnu polovině obvodu kruhu.

Pro obvod kruhu platí: $o = 2\pi \cdot r$, proto $\frac{1}{2} \cdot o = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot r = \pi \cdot r$.

Můžeme sestavit vzorec: $S = \frac{1}{2} \cdot o \cdot r = \pi \cdot r \cdot r = \pi r^2$.

!!!ZAPAMATUJ SI!!

Kruh s poloměrem ***r*** má **obsah**

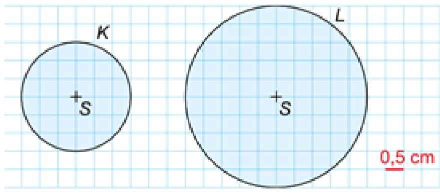
$\boxed{S = \pi \cdot r^2}$

Číslo **π** je číslo iracionální, obvykle je používáme zaokrouhlené na dvě desetinná místa – $\boxed{\pi \doteq 3{,}14}$

!

VZOROVÉ PŘÍKLADY:

1) Na obrázku jsou kruhy K a L. Jitka počítala obsah kruhu K, Tomáš obsah kruhu L. Vyřešili příklady správně?



Jitka:

$r = 1{,}5$ cm

$S = ?\ \text{cm}^2$

$S = \pi r^2$

$S \doteq 3{,}14 \cdot 1{,}5^2$

$S \doteq 7{,}065\ \text{cm}^2$

Obsah kruhu K je přibližně 7,065 cm².

Tomáš:

$d = 5$ cm, proto $r = 2{,}5$ cm

$S = ?\ \text{cm}^2$

$S = \pi r^2$

$S \doteq 3{,}14 \cdot 2{,}5^2$

$S \doteq 19{,}625\ \text{cm}^2$

Obsah kruhu L je přibližně 19,625 cm².

Řešení:

Výpočet mají oba správně. Jitka si rovnou určila velikost poloměru a dosadila do vzorce, Tomáš nejprve musel z průměru určit poloměr a pak dosadit do vzorce.

2) Obsah kruhu je 50,24 cm². Vypočítej jeho poloměr.

Řešení:

$S = 50{,}24\ \text{cm}^2$

$r = ?\ \text{cm}$

$S = \pi \cdot r^2$

$50{,}24 \doteq 3{,}14 \cdot r^2$

$r^2 \doteq 50{,}24 : 3{,}14$

$r \doteq \sqrt{16}$

$r \doteq 4\ \text{cm}$

3) Průměr kruhu je 10 cm. Vypočítej obsah
a) čtvrtkruhu b) šestiny kruhu

Řešení:

$d = 10$ cm, $r = 5$ cm

$S = \pi r^2$

$S \doteq 3{,}14 \cdot 5^2$

$S \doteq 78{,}5\ \text{cm}^2$

a) Čtvrtkruh je čtvrtina kruhu.

$S_4 = S : 4$

$S_4 \doteq 78{,}5 : 4$

$S_4 \doteq 19{,}625\ \text{cm}^2$

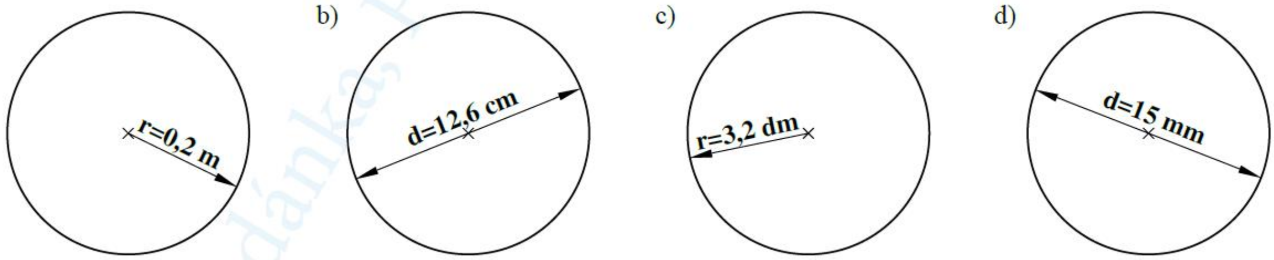
b) $S_6 = S : 6$

$S_6 \doteq 78{,}5 : 6$

$S_6 \doteq 13{,}08\ \text{cm}^2$

Obsah čtvrtkruhu je přibližně 19,625 cm² a obsah šestiny kruhu je přibližně 13,08 cm².

4) Vypočítej obsah kruhu s poloměrem:



a)

$S = \pi r^2$

$S = 3{,}14 \cdot 0{,}2^2$

$S = 0{,}125\,6\ m^2$

b)

$r = d : 2$

$r = 12{,}6 : 2$

$r = 6{,}3\ cm$

$S = \pi r^2$

$S = 3{,}14 \cdot 6{,}3^2$

$S = 124{,}6\ cm^2$

c)

$S = \pi r^2$

$S = 3{,}14 \cdot 3{,}2^2$

$S = 32{,}2\ dm^2$

d)

$r = d : 2$

$r = 15 : 2$

$r = 7{,}5\ mm$

$S = \pi r^2$

$S = 3{,}14 \cdot 7{,}5^2$

$S = 176{,}625\ mm^2$

PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ:

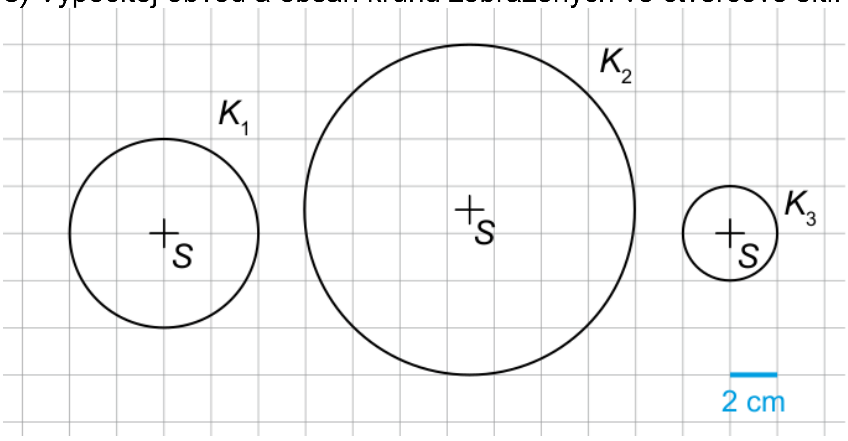
1) Vypočítej obsah a obvod kruhu ze zadaných údajů:

a) r = 8 cm　　b) d = 12 cm　　c) r = 1,7 dm

2) Vypočítej poloměr kruhu, znáš-li jeho obsah:

a) S = 3,14 m^2　　b) S = 257 m^2　　c) S = 1,32 dm^2

3) Vypočítej obvod a obsah kruhů zobrazených ve čtvercové síti:



ŘEŠENÍ:

1)

a) **r = 8** cm

$S = \pi r^2$
$S = 3,14 \cdot 8^2$
$S = 200,96\ cm^2$

$o = 2\pi r$
$o = 2 \cdot 3,14 \cdot 8$
$o = 50,24\ cm$

b) **d = 12** cm

$r = 6\ cm$

$S = \pi r^2$
$S = 3,14 \cdot 6^2$
$S = 113,04\ cm^2$

$o = \pi d$
$o = 3,14 \cdot 12$
$o = 37,68\ cm$

c) **r = 1,7** dm

$S = \pi r^2$
$S = 3,14 \cdot 1,7^2$
$S = 9,074\,6\ dm^2$

$o = 2\pi r$
$o = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,7$
$o = 10,676\ dm$

2)

a) **S = 3,14** m²

$S = \pi r^2$
$3,14 = 3,14 \cdot r^2$
$r^2 = 3,14 : 3,14$
$r = \sqrt{1}$
$r \doteq 1,00\ m$

b) **S = 257** m²

$S = \pi r^2$
$257 = 3,14 \cdot r^2$
$r^2 = 257 : 3,14$
$r = \sqrt{81,847}$
$r \doteq 9,05\ m$

c) **S = 1,32** dm²

$S = \pi r^2$
$1,32 = 3,14 \cdot r^2$
$r^2 = 1,32 : 3,14$
$r = \sqrt{0,42}$
$r \doteq 0,65\ dm$

3) $o_1 \doteq 25,12$ cm, $S_1 \doteq 50,24$ cm^2, $o_2 \doteq 43,96$ cm, $S_2 \doteq 153,86$ cm^2, $o_3 \doteq 12,56$ cm, $S_3 \doteq 12,56$ cm^2