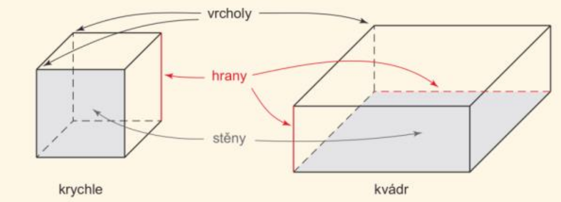
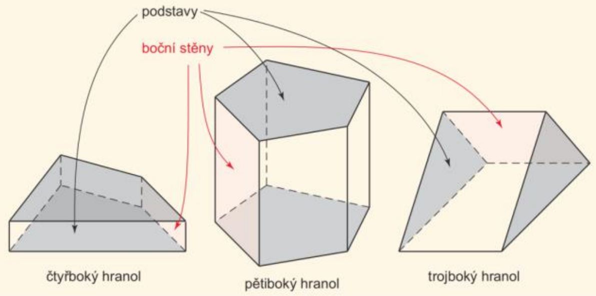
# VÁLEC – POVRCH A OBJEM – 1. DÍL

**ODKAZ NA VIDEA:** https://www.youtube.com/watch?v=ddNywaSYpP0
https://www.youtube.com/watch?v=So5v2saines

Za nejjednodušší tělesa můžeme považovat **krychli** a **kvádr**.

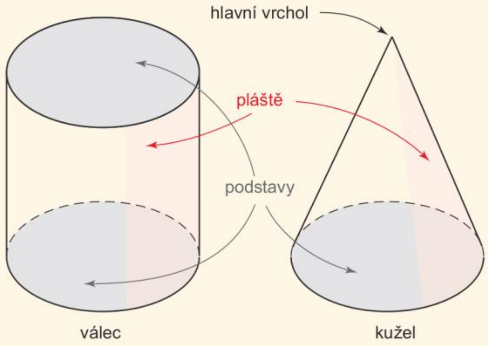



**Stěny** krychle a kvádru jsou obdélníky, popř. čtverce. Jejich vrcholy nazýváme **vrcholy** tělesa, jejich strany pak nazýváme **hrany** tělesa.
Na dalším obrázku jsou nakresleny tři **hranoly**. Jejich dvě stěny jsou shodné (stejné) mnohoúhelníky.




Stěnám ve tvaru mnohoúhelníku říkáme **podstavy**, ostatní stěny nazýváme **boční stěny** hranolu.
Zvláštními případy hranolu jsou už zmíněné kvádr a krychle – jejich podstavy tvoří obdélník, popř. čtverec.

Některá důležitá tělesa pak nejsou tvořena pouze mnohoúhelníky. Na obrázku je nakreslen **válec** a **kužel**.




**Podstavu** válce a kuželu tvoří kruh. Dále je těleso ohraničeno **pláštěm**, u kuželu obdobně jako u jehlanu hovoříme o **hlavním vrcholu**.

**Povrch válce** je možno vypočítat podle téhož vzorce jako povrch hranolu – sečteme obsahy podstav a obsah pláště:

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$S_p$ je obsah podstavy, $S_{pl}$ je obsah pláště. Podstavy tvoří shodné kruhy. Označíme-li $r$ poloměr těchto kruhů, určíme obsah každé z podstav:

$$S_p = \pi \cdot r^2$$

Plášť opsaného hranolu má jednu stranu rovnu výšce válce $v$. Druhá strana se se zvyšujícím počtem vrcholů zkracuje a její délka se blíží obvodu kruhu. Plášť válce je tedy, stejně jako v případě hranolu, obdélník, který „navineme" na podstavy. Jedna strana se rovná výšce válce, druhá strana se rovná obvodu kruhu s poloměrem $r$:

$$S_{pl} = v \cdot 2\pi r$$

Můžeme sestavit vzorec:

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 2 \cdot \pi r^2 + v \cdot 2\pi r$$

Vzorec můžeme ještě upravit tak, jak jsme pracovali s mnohočleny:

$$S = 2 \cdot \pi r^2 + v \cdot 2\pi r = 2\pi r \cdot r + 2\pi r \cdot v = 2\pi r \cdot (r + v)$$

**Povrch válce s poloměrem $r$ a výškou $v$ vypočítáme podle vzorce $S = 2\pi r \cdot (r + v)$.**

Pokračujme odvozením vzorce pro **objem válce**.
Hranol má objem $V = S_p \cdot v$, kde $S_p$ je obsah podstavy a $v$ výška hranolu. Když opíšeme hranol válci, mají obě tělesa tutéž výšku $v$ a s postupným zvětšováním počtu vrcholů opsaného hranolu se obsah podstavy blíží obsahu kruhu. Objem hranolu se proto přibližuje objemu válce.
Podstavu válce tvoří kruh, pro jehož obsah platí:

$$S_p = \pi r^2$$

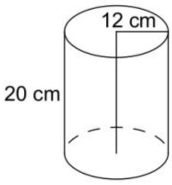
Objem válce se proto rovná:

$$V = S_p \cdot v = \pi r^2 \cdot v$$

**Objem válce s poloměrem $r$ a výškou $v$ vypočítáme podle vzorce $V = \pi r^2 \cdot v$.**

## VZOROVÉ PŘÍKLADY:

**1** Vypočítejte povrch válce z obrázku.




*Řešení:*

$r = 12$ cm, $v = 20$ cm, $S = ?$ cm$^2$

$S = 2\pi r \cdot (r + v)$

$S \doteq 2 \cdot 3{,}14 \cdot 12 \cdot (12 + 20)$

$S \doteq 2\,411{,}52$ cm$^2$

Povrch válce je přibližně 2 411,52 cm².

**2** Vypočítejte obsah pláště válce, jestliže obsah podstavy je 706,5 cm² a výška válce je 2,5 dm.

*Řešení:*

$S_p = 706{,}5$ cm$^2$

$v = 2{,}5$ dm $= 25$ cm

$S_{pl} = ?$ cm$^2$

$S_p = \pi \cdot r^2$

$706{,}5 \doteq 3{,}14 \cdot r^2$

$r^2 \doteq 706{,}5 : 3{,}14$

$r \doteq \sqrt{225}$

$r \doteq 15$ cm

$S_{pl} = o_p \cdot v = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$

$S_{pl} \doteq 2 \cdot 3{,}14 \cdot 15 \cdot 25$

$S_{pl} \doteq 2\,355$ cm$^2$

Obsah pláště válce je přibližně 2 355 cm².

**3** Kolik litrů vody se vejde do válcové nádoby o průměru 18 cm a výšce, která je rovna $\frac{3}{2}$ průměru?

*Řešení:*

$d = 18$ cm, $r = 9$ cm

$v = \frac{3}{2}d = \frac{3}{2} \cdot 18$ cm $= 27$ cm

$V = ?$ l

$V = \pi \cdot r^2 \cdot v$

$V \doteq 3{,}14 \cdot 9^2 \cdot 27$

$V \doteq 6\,867{,}18$ cm$^3$

$V \doteq 6{,}9$ l

Do válcové nádoby se vejde přibližně 6,9 l vody.

**4** Objem válcové cisterny na vodu je 3 818,24 dm³. Průměr podstavy je 1,6 m. Kolik kilogramů barvy bude potřeba na natření nádrže, jestliže na 1 m² je potřeba 0,6 kg barvy?

*Řešení:*

$V = 3\,818{,}24$ dm$^3$

$d = 1{,}6$ m

$r = 0{,}8$ m $= 8$ dm

$S = ?$ m$^2$

Množství barvy … $x$ kg

$S = 2\pi r \cdot (r + v)$

$V = \pi \cdot r^2 \cdot v$

$3\,818{,}24 \doteq 3{,}14 \cdot 8^2 \cdot v$

$v \doteq 3\,818{,}24 : 200{,}96$

$v \doteq 19$ dm

$S \doteq 2 \cdot 3{,}14 \cdot 8 \cdot (8 + 19)$

$S \doteq 1\,356{,}48$ dm$^2$

$S \doteq 13{,}564\,8$ m$^2$

$x \doteq 0{,}6 \cdot 13{,}564\,8$

$x \doteq 8$ kg

Na natření válcové nádrže na vodu bude potřeba asi 8 kg barvy.

## SHRNUTÍ:

**Povrch válce s výškou $v$ a poloměrem podstavy $r$ vypočítáme podle vzorce $S = 2\pi r \cdot (r + v)$.**

**Objem válce s výškou $v$ a poloměrem podstavy $r$ vypočítáme podle vzorce $V = \pi r^2 \cdot v$.**